

(b) दिया है

$$u = \sin\left(\frac{x}{y}\right),$$

$$x = e^t \text{ और } y = t^2,$$

$\frac{du}{dt}$  ज्ञात करो

7. (a) दो अवबाधिकाएँ  $Z_1 = 100 \angle 20^\circ \Omega$  और  $Z_2 = 50 \angle -50^\circ \Omega$  को श्रृंखला में जोड़ा गया है। ध्रुवीय रूप में कुल अवबाधिता ज्ञात करो।

(b) यदि  $u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$ ,

सिद्ध करो

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

May/June 2015

APPLIED MATHEMATICS-II

Time Allowed : 3 Hours

Max. Marks : 100

**Note :** 1. 'Part-A' may be attempted in first 6 pages of Answer-sheet.  
2. 'Part-B' in rest of the sheets of Answer-sheet.  
3. The question paper consists of two parts, namely, Part-A & Part-B.  
4. A candidate has to attempt both parts.  
5. Part-A consists of two questions and Part-B consists of 5 questions.  
6. Answer may be given in Hindi or English language.

[Part - A]

Answer any 10 questions.

2×10 = 20

1. (i) Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$$

(ii) If

$$y = x^3 + 3 \cos x + e^x + \log 5x + 1,$$

find  $\frac{dy}{dx}$

3K-BSN-2A

(2)

1600

- (iii) Find the slope of the tangent to the curve  $y^2 = ax^3$  at the point (2, 3)
- (iv) Evaluate :  $\int \frac{1}{x^2 + 9} dx$
- (v) Find the value of  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$
- (vi) Write conjugate of  $\frac{(2 + i3)(1 + i)}{(1 - i)}$  in the form  $a + ib$
- (vii) Draw the phasor for  $-20\cos(\omega t + 30^\circ)$
- (viii) For  $f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2$ , (a, h, b are constants), find  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$
- (ix) Find the degree and order of the differentiate equation  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y = \sin x$

3K-BSN-2A

(3)

1600

- (x) The admittance and current of a circuit are given by the complex numbers  $7+5j$  and  $17-6j$  respectively. Find the voltage of the circuit.
  - (xi) Find the mean value of the function  $y = 2\sqrt{x}$  over the range  $0 \leq x \leq 4$ .
  - (xii) Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}$
  - (xiii) Write the C.F. for the differential equation  $(D^2 - 4)y = x \sin x$
  - (xiv) Write  $\frac{2 + 6\sqrt{3}i}{5 + \sqrt{3}i}$  in polar form.
2. Answer any 5 parts. 5×4 = 20
- (i) Find  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$
  - (ii) Differentiate  $\sin 3x$  from first principles.
  - (iii) If  $x = a(t + \sin t)$ , and

3K-BSN-2A

(4)

1600

y = a(1 - cos t),

find  $\frac{dy}{dx}$  at  $t = \frac{\pi}{2}$ .

(iv) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$$

(v) Solve :

$$(1 + y^2) \, dx = (\tan^{-1}y - x) \, dy$$

(vi) If

$$(x^2y - 2) + i(x + 2xy - 5) = 0,$$

find x and y.

(vii) If z = f(x, y) is a homogenous function in x & y of degree n, then prove that

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = nz$$

(viii) Solve :

$$(4D^2 + 4D - 3)y = e^{2x}$$

[Part - B]

Answer any 3 questions.

3x20 = 60

3. (a) If

$$y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x},$$

find  $\frac{dy}{dx}$

3K-BSN-2A

(5)

1600

(b) Find the maximum and minimum values of the function

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 6$$

4. (a) Find the volume of the solid obtained, if the area enclosed between the parabola  $y^2 = 4x$ , x-axis and the ordinate  $x = 3$ , is revolved about x-axis.

(b) Evaluate :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} \, dx$$

5. (a) The charge q on a capacitor is given by the differential equation

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 8 \frac{dq}{dt} + 25q = 25 \sin 3t.$$

Find the expression for the charge, if initially both the charge and the current is zero.

(b) Solve :

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2e^{-y}$$

if  $y = 1$  at  $x = 1$

6. (a) If

$$u + iv = \sin^{-1}(x + iy)$$

prove that

$$\frac{x^2}{\cosh^2 u} + \frac{y^2}{\sinh^2 u} = 1$$

(b) Given

$$u = \sin\left(\frac{x}{y}\right),$$

$$x = e^t \text{ \& } y = t^2,$$

find  $\frac{du}{dt}$ .

7. (a) The impedances  $Z_1 = 100\angle 20^\circ\Omega$  and  $Z_2 = 50\angle -50^\circ\Omega$  are connected in series. Find the total impedance in polar form.

(b) If  $u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$ ,

prove that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

<https://www.dseudelhi.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

(हिन्दी रूपान्तरण)

नोट- 1. 'भाग-अ' के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका के पहले 6 पृष्ठों पर ही दें।

2. 'भाग-ब' के उत्तर, उत्तर पुस्तिका के बाकी पृष्ठों पर दें।

3. परीक्षार्थी को दोनों ही भाग करने हैं।

4. इस प्रश्न-पत्र के 2 भाग हैं, भाग (अ) एवं भाग (ब)।

5. भाग (अ) में 2 प्रश्न एवं भाग (ब) में 5 प्रश्न हैं।

(भाग-अ)

किन्हीं दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

2×10 = 20

1. (i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$

का मान ज्ञात करो।

(ii) यदि

$$y = x^3 + 3 \cos x + e^x + \log 5x + 1,$$

$\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करो।

(iii) बिन्दु (2, 3) पर वक्र  $y^2 = ax^3$  स्पर्श रेखा का ढाल

ज्ञात करो।

(iv)  $\int \frac{1}{x^2 + 9} dx$

का मान ज्ञात करो।

(v)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

का मान ज्ञात करो।

(vi)  $a + ib$  रूप में

$$\frac{(2 + i3)(1 + i)}{(1 - i)}$$

का संयुग्मी लिखो।

(vii)  $-20\cos(\omega t + 30^\circ)$

के लिये फेजर खींचो।

(viii)  $f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2$ ,

(a, h, b अचर है),

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$
 ज्ञात करो।

(ix)  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y = \sin x$

अवकल समीकरण के लिये कोटि और अनुक्रम ज्ञात करो।

(x) एक परिपथ की प्रवेश्यता और धारा क्रमशः संमिश्र संख्याओं  $7+5j$  और  $17-6j$  द्वारा दिये गये हैं। परिपथ का वोल्टेज ज्ञात करो।

(xi)  $0 \leq x \leq 4$  रेंज के आर-पार फलन  $y = 2\sqrt{x}$  का माध्य मान ज्ञात करो।

(xii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}$

का मान ज्ञात करो।

(xiii)  $(D^2 - 4)y = x \sin x$

अवकल समीकरण के लिये C.F. लिखो।

(xiv)  $\frac{2 + 6\sqrt{3}i}{5 + \sqrt{3}i}$

को ध्रुवीय रूप में लिखो।

2. किन्हीं पांच प्रश्नों के उत्तर लिखो।

5×4 = 20

(i) ज्ञात करो :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$$

(ii) फर्स्ट प्रिंसिपल से  $\sin 3x$  का अवकलन कीजिये।

(iii) यदि

$$x = a(t + \sin t) \text{ और}$$

$$y = a(1 - \cos t)$$

ज्ञात कीजिये बिन्दू  $\frac{dy}{dx}$   $t = \frac{\pi}{2}$  पर

(iv)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$

का मान ज्ञात करो।

(v) हल करो :

$$(1 + y^2) dx = (\tan^{-1}y - x) dy$$

(vi) यदि

$$(x^2y - 2) + i(x + 2xy - 5) = 0,$$

x और y ज्ञात करो।

(vii) n कोटि का x और y में यदि  $z = f(x, y)$  एक समांगीय फलन है, तब सिद्ध करो

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = nz$$

(viii) हल करो :

$$(4D^2 + 4D - 3)y = e^{2x}$$

[भाग-ब]

किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। 3×20 = 60

3. (a) यदि

$$y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x},$$

ज्ञात करो  $\frac{dy}{dx}$

(b) फलन

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 6$$

के अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करो।

4. (a) x-अक्ष पर घुमान परवलय  $y^2 = 4x$ , x-अक्ष और कोटि अंश  $x = 3$  से घिरे क्षेत्र को x-अक्ष पर घुमाने से प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात करो।

(b) 
$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} dx$$

का मान ज्ञात करो।

5. (a) अवकल समीकरण

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 8 \frac{dq}{dt} + 25q = 25 \sin 3t.$$

द्वारा केपिस्टर पर आवेश q दिया गया है। आवेश का व्यंजक ज्ञात करो। यदि आवेश और धारा दोनों प्रारम्भ में शून्य हैं।

(b) यदि  $x = 1$  पर  $y = 1$ ,

हल करो

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$$

6. (a) यदि

$$u + iv = \sin^{-1}(x + iy)$$

सिद्ध करो

$$\frac{x^2}{\cosh^2 u} + \frac{y^2}{\sinh^2 u} = 1$$